

Grundlagen der SDR-Technik

Lars-Chr. Schulze, DC0BM

Version 1.1

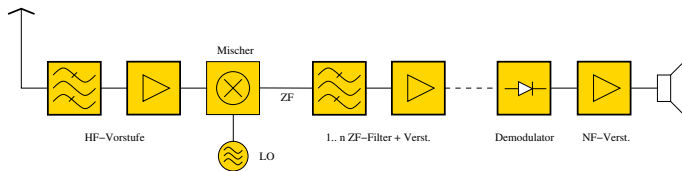
- 1 Einleitung
- 2 Vergleich Superhet- und SDR-Empfänger
- 3 I-Q-Ebene und Komplexe Zahlen
- 4 Binäre Zahlen
- 5 Analog-Digital-Wandlung
- 6 Fourier-Transformation
- 7 Digitale Filter
- 8 Hardware und Software
- 9 Referenzen

- 1 Einleitung
- 2 Vergleich Superhet- und SDR-Empfänger
- 3 I-Q-Ebene und Komplexe Zahlen
- 4 Binäre Zahlen
- 5 Analog-Digital-Wandlung
- 6 Fourier-Transformation
- 7 Digitale Filter
- 8 Hardware und Software
- 9 Referenzen

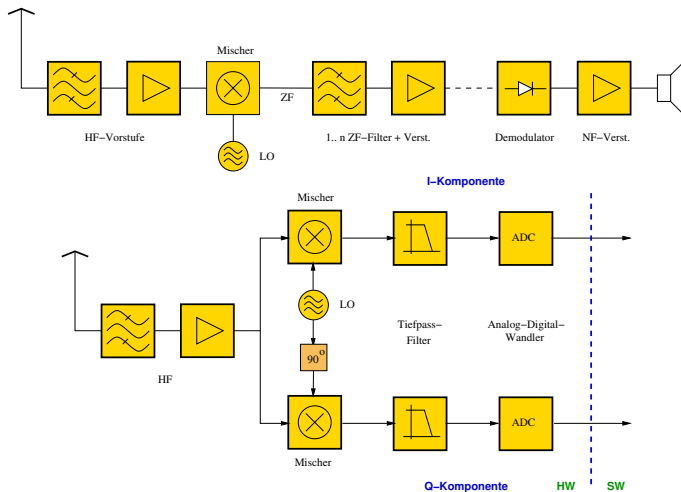
- „SDR“ steht für „Software Defined Radio“, also den Aufbau eines Funkempfängers mittels eines Computers.
- Das Konzept des SDR ist schon lange bekannt.
- Die dafür benötigte Rechenleistung ist aber erst seit einiger Zeit verfügbar.
- Grundlagenvortrag. Vereinfachte Darstellung und weitestgehender Verzicht auf mathematische Formeln
- Erläuterung so einfach wie möglich
- Grundlegende Funktionsweise soll verstanden werden
- Beurteilung der technischen Daten von SDR-Empfängern
- Vorausgesetzt werden technische Kenntnisse der Amateurfunklizenz
- Das Blockschaltbild des SDR-Empfängers bei Wikipedia ist leider nicht sehr gut [1].

- 1 Einleitung
- 2 Vergleich Superhet- und SDR-Empfänger**
- 3 I-Q-Ebene und Komplexe Zahlen
- 4 Binäre Zahlen
- 5 Analog-Digital-Wandlung
- 6 Fourier-Transformation
- 7 Digitale Filter
- 8 Hardware und Software
- 9 Referenzen

Vergleich Superhet- und SDR-Empfänger



Vergleich Superhet- und SDR-Empfänger



- Das Eingangssignal wird mit dem **Oszillatorsignal** sowie dem um **90° phasenverschobenen Oszillatorsignal** gemischt.
- Anschließend erfolgen eine **Tiefpaß-Filterung** und die **Analog-Digital-Wandlung**.
- Man erhält 2 Signale: Die **Inphase-** und **Quadratur-**Komponente.
- Durch diese beiden Signale sind das **HF-Signal** und **jede denkbare Modulationsart vollständig beschrieben**.
- Die Rechnungen mit diesen Signalen sollten in der Menge der **komplexen Zahlen** erfolgen.
- **Phasor**: Zeiger, der sich entlang der Zeitachse im Raum dreht und dabei eine Spirale beschreibt.
- Spiegelfrequenzen können unterdrückt werden.
- Die „Zwischenfrequenz“ ist oft Null oder nahezu Null, d. h. es wird ins Basisband heruntergemischt (Abtastung durch Sound-Karte).

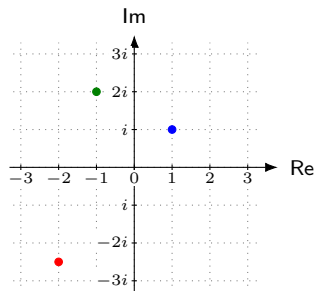
- 1 Einleitung
- 2 Vergleich Superhet- und SDR-Empfänger
- 3 I-Q-Ebene und Komplexe Zahlen**
- 4 Binäre Zahlen
- 5 Analog-Digital-Wandlung
- 6 Fourier-Transformation
- 7 Digitale Filter
- 8 Hardware und Software
- 9 Referenzen

Komplexe Zahlen [2]

- Eine komplexe Zahl c besteht aus einem **reellen** Anteil a und einem sog. **imaginären** Anteil b . i ist die **imaginäre Einheit**:

$$c = a + i \cdot b, \quad \text{mit } i = \sqrt{-1} \quad \text{bzw.} \quad i^2 = -1$$

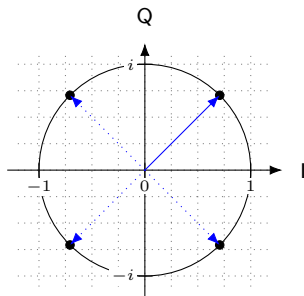
- Komplexe Zahlen werden in der sog. **Komplexen Ebene** dargestellt.
- Die komplexe Ebene ist ein 2-dimensionales Koordinatensystem, ähnlich dem x-y-System.



$$c_3 = -1 + 2i$$

$$c_1 = 1 + i$$

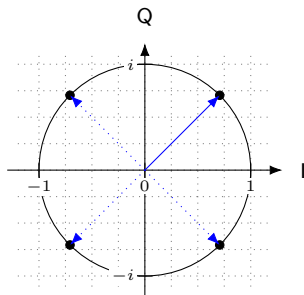
$$c_2 = -2 - 2.5i$$



Notizen am Rande:

- Elektrotechniker verwenden j statt i .
- $\sqrt{i} = ?$
- $\sqrt{-i} = ?$

- Das **I-Signal** entspricht dem **Realteil**, das **Q-Signal** dem **Imaginärteil** in der komplexen Ebene.
- Für jeden beliebigen Zeitpunkt (analog) bzw. Abtastwert (digital) wird das HF-Signal durch einen Punkt in der komplexen Ebene dargestellt.
- Beispiel: Phasenmodulation mit 4 Zuständen [3].



Notizen am Rande:

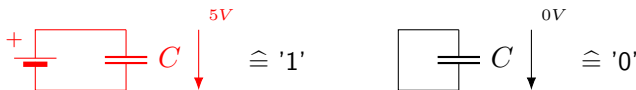
- Elektrotechniker verwenden j statt i .
- $\sqrt{i} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i)$
- $\sqrt{-i} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1 + i)$

- Das **I-Signal** entspricht dem **Realteil**, das **Q-Signal** dem **Imaginärteil** in der komplexen Ebene.
- Für jeden beliebigen Zeitpunkt (analog) bzw. Abtastwert (digital) wird das HF-Signal durch einen Punkt in der komplexen Ebene dargestellt.
- Beispiel: Phasenmodulation mit 4 Zuständen [3].

- 1 Einleitung
- 2 Vergleich Superhet- und SDR-Empfänger
- 3 I-Q-Ebene und Komplexe Zahlen
- 4 Binäre Zahlen**
- 5 Analog-Digital-Wandlung
- 6 Fourier-Transformation
- 7 Digitale Filter
- 8 Hardware und Software
- 9 Referenzen

Binäre Zahlen: „Sein oder nicht sein“

- Die kleinste Informationseinheit ist das **Bit**.
- Mit einem Bit kann man zwei Zustände darstellen: '0' oder '1', 'ja' oder 'nein', 'wahr' oder 'falsch'.
- Ein Bit ist also eine **binäre Ziffer**, welche aber nur **2 Zustände** annehmen kann, im Gegensatz zu unserem Dezimalsystem.
- Ein Computer rechnet **ausschließlich** mit binären Zahlen.
- Man kann sich ein Bit als einen Kondensator vorstellen. Ist der Kondensator geladen, bedeutet das eine '1', ist er nicht geladen, bedeutet das eine '0':



- In der Praxis wird das bei den sog. **dynamischen RAMs** tatsächlich auch so gemacht.

Binäre Zahlen: Wertebereiche (1)

- Will man größere Zahlen als 1 darstellen, benötigt man mehr Bits.
- Im Dezimalsystem hat jede neue Stelle den **10-fachen** Stellenwert der vorhergehenden Stelle: 1, 10, 100, ...
- **'123'** bedeutet: $1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 1$
- Im binären Zahlensystem **verdoppelt** sich der Wert von Stelle zu Stelle: 1, 2, 4, 8, 16, ...
- **'1001'** bedeutet: $1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 9$
- Mit **n** Stellen lassen sich im Binärsystem 2^n verschiedene Werte darstellen.
- Der **Wertebereich** reicht dabei von $0 \dots 2^n - 1$.
- Es hat sich so ergeben und als praktisch erwiesen, 8 Bits zu einem **Byte** zusammenzufassen.

Binäre Zahlen: Wertebereiche (2)

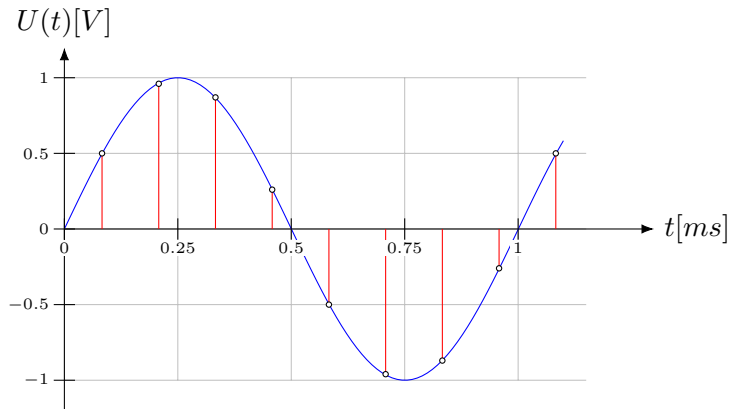
- Beispiele für Wertebereiche:

n	Anzahl Zust.	Wertebereich
1	2	0 ... 1
4	16	0 ... 15
8	256	0 ... 255
10	1024	0 ... 1023
12	4096	0 ... 4095
16	65536	0 ... 65535

- Ein AD-Wandler liefert uns keine Kommazahlen, sondern nur **ganze** Zahlen im Bereich von $0 \dots 2^n - 1$

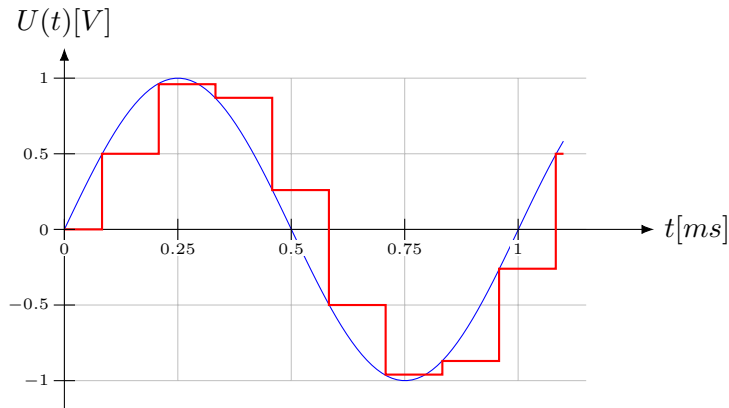
- 1 Einleitung
- 2 Vergleich Superhet- und SDR-Empfänger
- 3 I-Q-Ebene und Komplexe Zahlen
- 4 Binäre Zahlen
- 5 Analog-Digital-Wandlung**
- 6 Fourier-Transformation
- 7 Digitale Filter
- 8 Hardware und Software
- 9 Referenzen

Analog-Digital-Wandlung: Abtastung



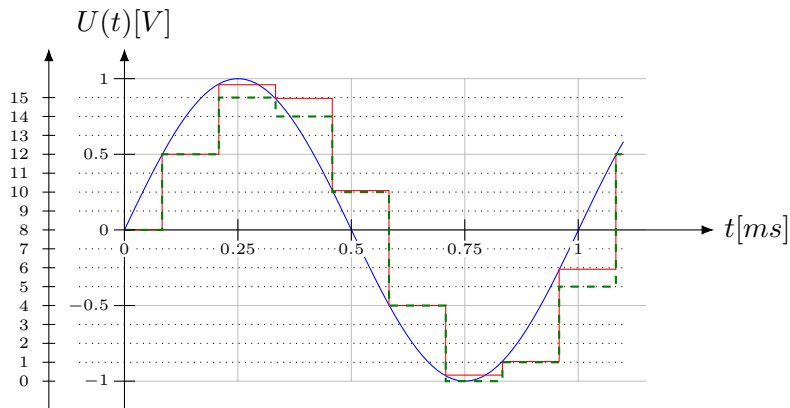
- Abtastung eines zeit- und wertkontinuierlichen Signals
- Von dem ursprünglichen Signal sind nur noch Proben (Samples) zu bestimmten (äquidistanten) Zeitpunkten vorhanden.
- Sample & Hold-Schaltungen

Analog-Digital-Wandlung: Abgetastetes Signal



- Abgetastetes Signal: Zeitdiskret, aber wertkontinuierlich.

Analog-Digital-Wandlung: Quantisierung



- Einfluß der Quantisierung bei einem hypothetischen 4-Bit-Wandler.
- Zeit- **und** amplitudendiskretes (grün gestrichelt) Signal.

- Bei der Analog-Digital-Wandlung werden in konstanten zeitlichen Abständen Proben des analogen Signals genommen.
- Der analoge Spannungswert wird dann in eine **binäre ganze** Zahl umgewandelt.
- D. h., es stehen nur bestimmte Stufen, aber kein kontinuierlicher Wertebereich zur Verfügung.
- Der AD-Wandler liefert z. B. die Zahlen:
12, 15, 14, 10, 4, 0, 1, 6, 12, 15, ...
- **Wir** müssen wissen, daß diese Zahlen (in unserem Beispiel) einem zeitlichen Abstand von $125\ \mu\text{s}$, d. h. einer Abtastfrequenz von $f_s = 8\ \text{kHz}$ entsprechen ($f_s =$ „sample frequency“).
- **Wir** müssen ebenfalls wissen, wie der Eingangsspannungsbereich auf die binären Zahlen abgebildet wird (\rightarrow Datenblatt).

Bei so vielen Ungenauigkeiten:

- 1 Wieso kann das alles überhaupt funktionieren ?
- 2 Mit wie vielen Bits muß man mindestens quantisieren ?
- 3 Wie oft muß man das Signal abtasten ?

- Es funktioniert !
- Täglich zu sehen und zu hören bei digitalem Fernsehen oder beim Abspielen einer CD, MP3-Player etc.

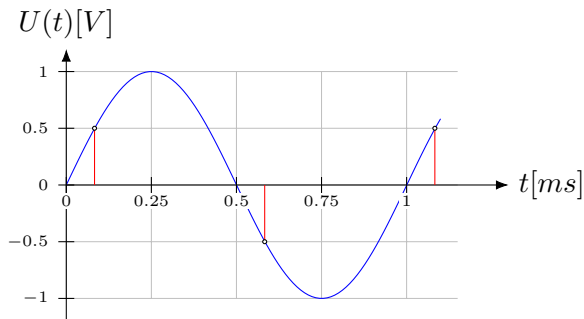
- Der Fehler bei der Quantisierung kann betrachtet werden als eine Störung, die dem Nutzsignal überlagert ist.
- Dieses Störsignal wird als **Quantisierungsrauschen** bezeichnet.
- Der Signal-Rauschabstand berechnet sich näherungsweise zu [4]:

$$S_N = 6 \cdot n \text{ dB} + 1.02 \text{ dB}$$

mit n = Anzahl der Bits.

- Für eine ausreichende Audioqualität (Telefon) werden 8 Bit benötigt [10].
- Bei der CD verwendet man 16 Bits.
- Beim Fernsehen werden die drei Farbkomponenten RGB jeweils mit 8 Bit quantisiert $\Rightarrow \approx 16$ Mio. Farben.
- Die „RTL-Sticks“ quantisieren mit 2×8 Bit.

Abtasttheorem von Nyquist und Shannon

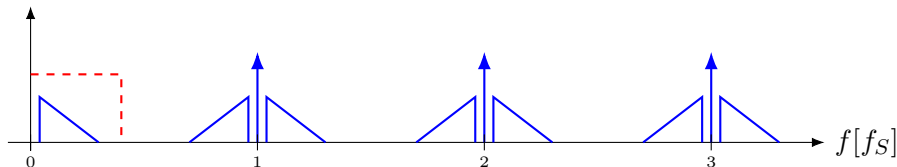


- Die Abtastfrequenz f_s muß mindestens das Doppelte der maximalen Signalfrequenz betragen:

$$f_s > 2 \cdot f_{max}$$

- Durch die Abtastung von **zwei** Signalen (I und Q) **verdoppelt** sich aber wieder der nutzbare Frequenzbereich.

Digitalisiertes Signal: Spektrum (vereinfacht)



- Bei zu geringer Abtastfrequenz überlappen sich Basisband und/oder Seitenbänder \Rightarrow **Aliasing**.
- Daher muß die Abtastfrequenz mindestens das Doppelte der höchsten Nutzfrequenz betragen.
- Durch Tiefpaß-Filterung läßt sich das Originalsignal wieder restaurieren.
- Parallelen zum Spektrum der AM.
- Das Aliasing wird teilweise auch bewußt ausgenutzt [16].

Fragen ?

- 1 Einleitung
- 2 Vergleich Superhet- und SDR-Empfänger
- 3 I-Q-Ebene und Komplexe Zahlen
- 4 Binäre Zahlen
- 5 Analog-Digital-Wandlung
- 6 Fourier-Transformation**
- 7 Digitale Filter
- 8 Hardware und Software
- 9 Referenzen

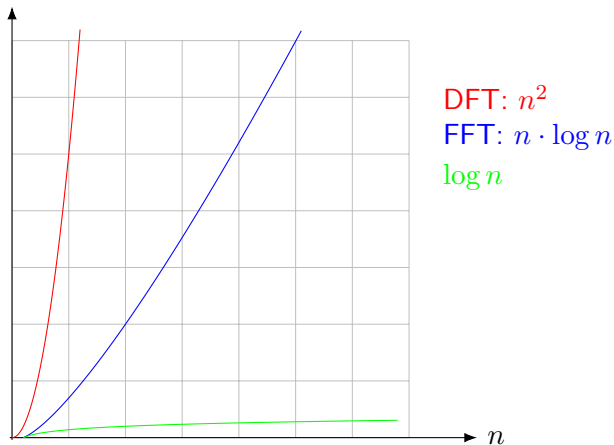
- Benannt nach Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 - 1830).
- Beschäftigte sich eigentlich mit Wärmeleitungsprozessen in Metallen.
- Die **Fourier-Transformation** berechnet aus dem **zeitlichen** Verlauf eines Signals das dazugehörige **Spektrum**.

$$H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)e^{-j\omega t} dt, \quad \omega = 2\pi f$$

- „Furien“-Transformation.
- In der Literatur findet man oft unterschiedliche Varianten dieser Formel, je nachdem, welche Voraussetzungen angenommen wurden.

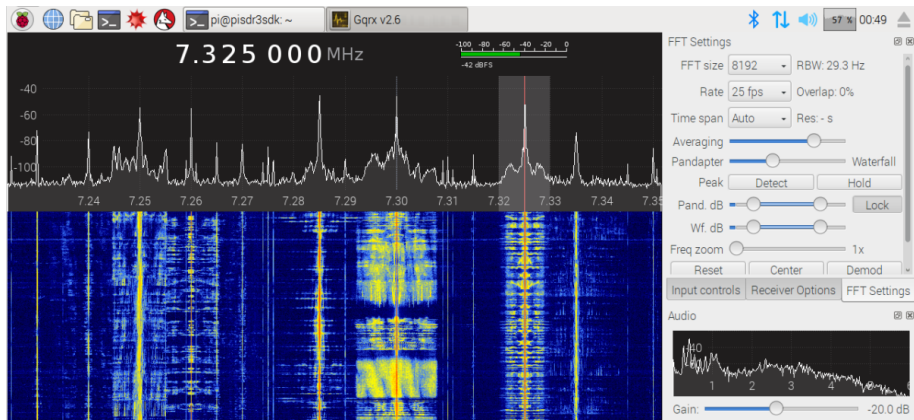
- Ein Computer arbeitet mit der sog. **Diskreten Fourier Transformation** (DFT).
- Der Berechnungsaufwand steigt quadratisch mit der Anzahl der Abtastwerte: $\mathcal{O}(n^2)$
- Algorithmus der **Schnellen Fourier Transformation** (FFT) von Cooley und Tukey (1965).
- Der Berechnungsaufwand steigt nur noch mit $\mathcal{O}(n \cdot \log n)$.
- n sollte eine 2'er-Potenz sein.
- Die Zahl der Abtastwerte bestimmt nicht die Bandbreite, sondern die Auflösung.
- Mit der FFT kann man das Spektrum, den zeitlichen Verlauf des Spektrums und die Signalstärke gleichzeitig darstellen:
⇒ **Wasserfalldiagramm.**

Vergleich von DFT und FFT



Vergleich des Berechnungsaufwands für DFT und FFT (qualitativ).

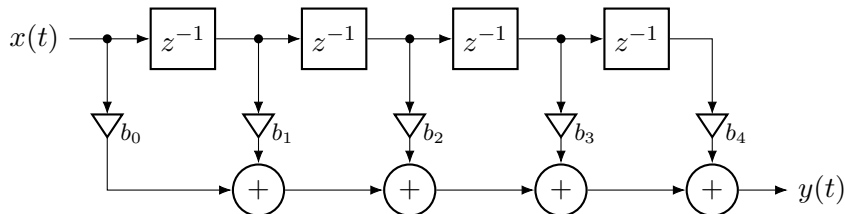
Fourier-Transformation: Wasserfalldiagramm



Quelle: gqrx.dk [5]

- 1 Einleitung
- 2 Vergleich Superhet- und SDR-Empfänger
- 3 I-Q-Ebene und Komplexe Zahlen
- 4 Binäre Zahlen
- 5 Analog-Digital-Wandlung
- 6 Fourier-Transformation
- 7 Digitale Filter**
- 8 Hardware und Software
- 9 Referenzen

Digitales Filter: Blockschaltbild FIR-Filter [8, 9]



- Digitale Filter arbeiten getaktet mit dem Takt $T_s = 1/f_s$.
- z^{-1} bedeutet die Verzögerung des Signals um einen Taktschritt T_s .
- Das Eingangssignal $x(t)$ und das um 1 bis n Taktschritte verzögerte Eingangssignal werden gewichtet (Koeffizienten b_0 bis b_4), aufaddiert und ergeben das Ausgangssignal $y(t)$.
- Das Signal wird im Mittel um $n/2$ Taktschritte verzögert.

Digitales Filter: Eigenschaften (1)

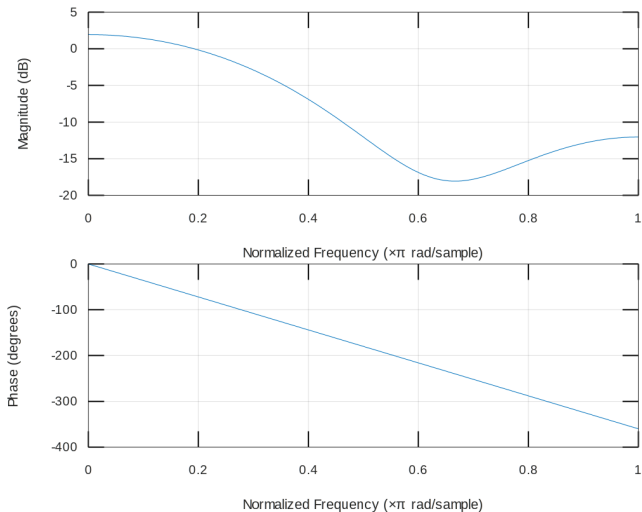
- FIR = **F**inite **I**mpuls **R**esponse.
- Filter ohne Rückführung / Rückkopplung
- Es gibt auch IIR-Filter (**I**nfinite **I**mpuls **R**esponse).
Bei IIR-Filtern wird vom Filterausgang auf vorhergehende Stufen zurückgekoppelt.
- IIR-Filter sind effektiver, aber u. U. nicht stabil.
- Es sind nahezu beliebige Filterkurven erreichbar.
- Auch Filter mit sehr steilen Übergängen (nahezu Rechteck).
- Filterkurven sind im Prinzip nur abhängig von der Rechenleistung.
- Ab einer gewissen Filtergröße (ca. 100 Stufen) ist sinnvoller, eine FFT durchzuführen und dort das Spektrum direkt zu manipulieren [11].
- Auch unter Berücksichtigung der Signalverzögerung (100 Stufen entspr. 50 Taktschritte mittlere Verzögerung).

Digitale Filter: Eigenschaften (2)

- Digitale Filter benötigen keinen Abgleich und haben keine Drift und keine Alterung.
- Alterung und Drift sind nur abhängig von der Qualität des Taktgebers der Datenverarbeitung.
- Bei symmetrischen Koeffizienten haben FIR-Filter einen **linearen Phasengang**, d. h. alle Frequenzen werden gleichmäßig verzögert.
- Es sind Filter möglich, die analog nicht realisierbar sind, z. B. die **Hilbert-Transformation** (frequenzunabhängige Phasenverschiebung um 90°).
- Kammfilter sind möglich (Luminanz-/Chrominanz-Trennung beim PAL-Signal)
- Filterkoeffizienten können im laufenden Betrieb verändert werden.
- Es kann einfach zwischen verschiedenen Filtern umgeschaltet werden.

- Begrenzter Frequenzbereich
⇒ $f_{max} < f_s/2$
- Aliasing wird aber teilweise bewußt ausgenutzt.
- Begrenzter Wertebereich
⇒ 16, 24 oder 32 Bit, ggf. Fließkommazahlen.
- Mögliche Berechnungsfehler aufgrund von Rundungseffekten oder interner Wertebereichbegrenzung
⇒ Quantisierungsrauschen.

Digitales Filter: Amplituden und Phasengang [12]



Koeffizienten:

$$b_0 = 0.125$$

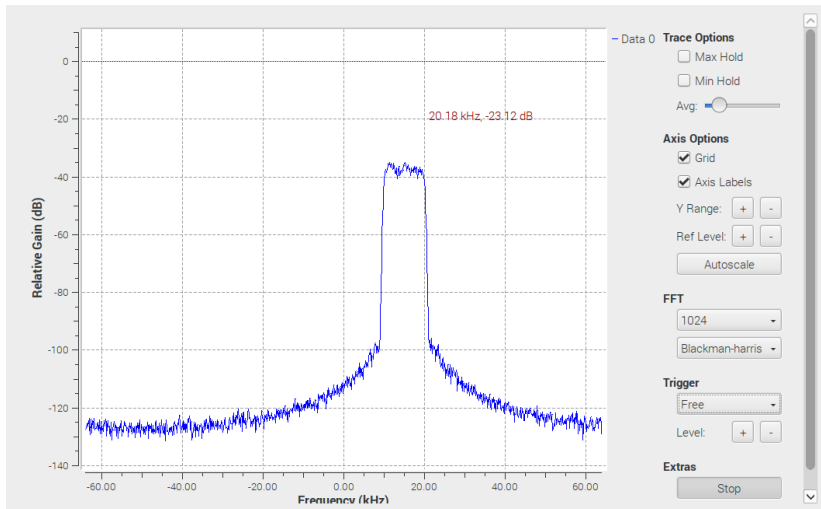
$$b_1 = 0.25$$

$$b_2 = 0.5$$

$$b_3 = 0.25$$

$$b_4 = 0.125$$

Digitales Filter: Beispiel (GnuRadio)



- 1 Einleitung
- 2 Vergleich Superhet- und SDR-Empfänger
- 3 I-Q-Ebene und Komplexe Zahlen
- 4 Binäre Zahlen
- 5 Analog-Digital-Wandlung
- 6 Fourier-Transformation
- 7 Digitale Filter
- 8 Hardware und Software**
- 9 Referenzen

Hardware:

- Sound-Karte (Tayloe-Detektor)
- „RTL“-Stick (RTL = Realtek)
- Spezielle Empfänger [13]:
 - HackRF
 - DX-Patrol
 - SDRplay
 - AirSpy
 - ADALM Pluto
 - Red Pitaya
 - FUNcube
 - LimeSDR
 - ...

Software [14, 18]:

- GnuRadio [15]
- gqrx
- SDR# (nur Wind***s)
- Fldigi
- WSJT, WSPR
- Linrad
- RTL_433
- dump1090
- DAB+
- ...

Neben der (immer benötigten) Empfängerhardware gibt es verschiedene Möglichkeiten, die Datenverarbeitung durchzuführen:

- Normale Desktop-Prozessoren
- Signalprozessoren (DSP)
- Grafikprozessoren (GPU)
- Field Programmable Gate Arrays (FPGA)
„Programmierbare Hardware“, „Software-Prozessoren“
- Spezialchips

- 1 Einleitung
- 2 Vergleich Superhet- und SDR-Empfänger
- 3 I-Q-Ebene und Komplexe Zahlen
- 4 Binäre Zahlen
- 5 Analog-Digital-Wandlung
- 6 Fourier-Transformation
- 7 Digitale Filter
- 8 Hardware und Software
- 9 Referenzen**

- [1] de.wikipedia.org/wiki/Software_Defined_Radio
- [2] Michael Ossman, Video-Serie zu GnuRadio und komplexen Zahlen:
greatscottgadgets.com/sdr
- [3] TTT152 Digital Modulation Concepts. https://www.youtube.com/watch?v=S2JCrKa_n_Q
- [4] de.wikipedia.org/wiki/Quantisierungsabweichung
- [5] gqrx.dk
- [6] Prof. Dr. Edmund Weitz, Hochschule für angewandte Wissenschaften Hamburg (HAW): www.weitz.de/haw-videos/.
Eine Fundgrube an Videos zu den Themen Mathematik, Programmierung/Informatik, $\text{T}_{\text{E}}\text{X}/\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ u. v. m. **Auf den HAW-Link klicken!**
- [7] Prof. Dr. Edmund Weitz, HAW Hamburg, div. Videos zur schnellen Fourier-Transformation:
mediathek.mt.haw-hamburg.de/video/M3-2017-12-29-02-Schnelle-Fouriertransformation-FFT/f36201e3c134d656af1858ea97dfb076
- [8] Introduction to Digital Filters, Julius O. Smith, ccrma.stanford.edu/~jos/filters/
- [9] Youngmoo Kim, Videoserie zum Thema „Digitale Filter“:
www.youtube.com/playlist?list=PL_QS1A2ZqaG7p50cd0AgLeG9Q3TN64vZJ

- [10] Youngmoo Kim, Applied DSP No. 5 - Quantization, aus [9]:
<https://www.youtube.com/watch?v=T2i5ddP4dFQ>.
Hörproben bei 4:20m und 10:40m.
- [11] Youngmoo Kim, Applied DSP No. 8 - Filtering via Fast Fourier Transform, aus [9]:
<https://www.youtube.com/watch?v=u8t-h31baFE>.
- [12] Octave Online: octave-online.net
- [13] Liste von SDR-Hardware: en.wikipedia.org/wiki/List_of_software-defined_radios
- [14] Liste von SDR-Software en.wikipedia.org/wiki/List_of_amateur_radio_software
- [15] GnuRadio: www.gnuradio.org/about/
- [16] E. O. Brigham, FFT-Anwendungen, Oldenbourg Verlag 1997
ISBN: 3-486-21567-1
- [17] SDR-Academy: <https://youtube.sdra.io>
- [18] <https://www.rtl-sdr.com/big-list-rtl-sdr-supported-software/>